

# Obliczenia Naukowe

Zagadnienia na kolokwium/egzamin

Bartek Wilczyński

28.5.2020

# Tematy do powtórki

- Arytmetyka komputerów
  - Jak wygląda reprezentacja liczb w arytmetyce komputerowej w zapisie cecha+mantysa
  - Jaki wpływ na dokładność arytmetyki ma liczba bitów przeznaczona na cechę, a jaki na mantysę
  - Jaką rolę ma standard IEEE-754 dla obliczeń naukowych
  - Jak powstają błędy podczas wykonywania działań numerycznych (błędy dodawania i odejmowania)
  - Co to jest epsilon maszynowy
  - Jaką rolę i interpretację mają wartości specjalne inf i NaN

# Przetwarzanie sygnałów

- Definicja sygnałów analogowych i cyfrowych, jedno- i wielo-wymiarowych
- Konwersja analogowo-cyfrowa, próbkowanie a częstotliwość sygnału
- Porównanie sygnałów i normalizacja
- Sploty funkcji, filtry jedno i wielowymiarowe
- Szeregi Fourier'a, zastosowania FFT
- Filtry górno- i dolno-przepustowe

# Przetwarzanie obrazów

- Reprezentacja obrazów w postaci macierzowej
- Reprezentacja kolorów, skale RGB, CMYk, HSB
- Histogram jasności i jego przekształcenia
- Filtry 2D w zastosowaniu do obrazów
- Filtry do wygładzania
- Filtr Sobel'a i pokrewne
- Zastosowania w biologii – wykrywanie krawędzi i kwantyfikacja ilościowa

# Kompresja, zawartość informacyjna

- Zagadnienie kompresji stratnej/bezstratnej, różnice w ujęciu problemu w zależności od zastosowań
- Podstawowe algorytmy kompresji bezstratnej, Lempel/Ziv77 itp.
- Kompresja stratna – specjalizowane algorytmy do muzyki, obrazów itp.
- Zawartość informacyjna – definicja, wzór, interpretacja
- Kody Huffmana, związek zawartości informacyjnej z kompresją

# Układy równań liniowych

- Jak reprezentować układ równań liniowych w postaci macierzowej
- Rozwiązywanie “łatwych” przypadków macierzy trójkątnych, górnych i dolnych
- Eliminacja Gaussa, rozkład LU, wybór elementu głównego
- Uwarunkowanie układów równań, Macierz Hilberta
- Normy wektorowe i macierzowe,  $\text{cond}(A)$
- Rozwiązywanie wielu układów równań z tą samą macierzą i różnymi prawymi stronami

# Problem najmniejszych kwadratów

- Definicja problemu aproksymacji wg kryterium najmniejszych kwadratów
- Zastosowania aproksymacji do przybliżonego rozwiązania nadokreślonych układów równań
- Przestrzenie funkcji (np. Wielomiany określonego stopnia, szeregi Fourier'a)
- Zastosowanie do aproksymacji funkcji
- Przekształcenia Householdera
- Rozkład QR
- Metoda Householdera

# Interpolacje funkcji

- Zagadnienie interpolacji funkcji w węzłach
- Przestrzeń wielomianów i jej bazy: potęgowa, Lagrange'a I Newtona
- Wzory Hornera, Numeryczne kłopoty z rozwiązaniem Lagrange'a
- Algorytm różnic dzielonych
- Problem Hermite'a z węzłami wielokrotnymi
- Definicja funkcji sklejanych (splajnów) rzędu  $R$
- Zastosowania splajnów rzędu 1 i 2
- Zalety splajnów względem zwykłych wielomianów (lokalne vs globalne zaburzenia)



# Wartości i wektory własne macierzy

- Definicja problemu wartości własnych macierzy
- Przykład zastosowania: Macierz Google pagerank
- Metody oparte na wyznaczniku macierzy i wielomianach charakterystycznych, oraz ich obliczeniowe problemy
- Metoda potęgowa do wyznaczania wartości własnych
- Kłopoty z iteracyjnym stosowaniem metody potęgowej

# Równania nieliniowe

- Zagadnienie znajdowania zer funkcji nieliniowych
- Metody iteracyjne:
  - Bisekcja
  - Metoda Newtona (stycznych)
  - Metoda siecznych
  - Metody hybrydowe (np. Met. Brenta)
- Twierdzenie Banacha o punkcie stałym i metoda iteracji prostej Banacha
- Metody Monte-Carlo do całkowania

# Kwadratury i różniczkowanie numeryczne

- Numeryczne obliczanie pochodnej funkcji, związek z metodą różnicową Newton'a
- Zależność dokładności szacowanej pochodnej od kroku  $h$
- Definicja równania różniczkowego zwyczajnego
- Całki i kwadratury, związek z interpolacją funkcji
- Związek całkowania z równaniami różniczkowymi
- Przykład zastosowania: model Lotki-Volterra

# Obliczenia symboliczne

- Porównanie funkcji programów do obliczeń numerycznych i symbolicznych
- Przykład zadania, gdzie rozwiązanie symboliczne jest lepsze niż numeryczne
- W jaki sposób ominięcie problemów numerycznych pozwala na poprawę wyników
- Przewagi rozwiązań numerycznych nad symbolicznymi