

# Obliczenia Naukowe

Podstawy przetwarzania sygnałów

Bartek Wilczyński  
bartek@mimuw.edu.pl

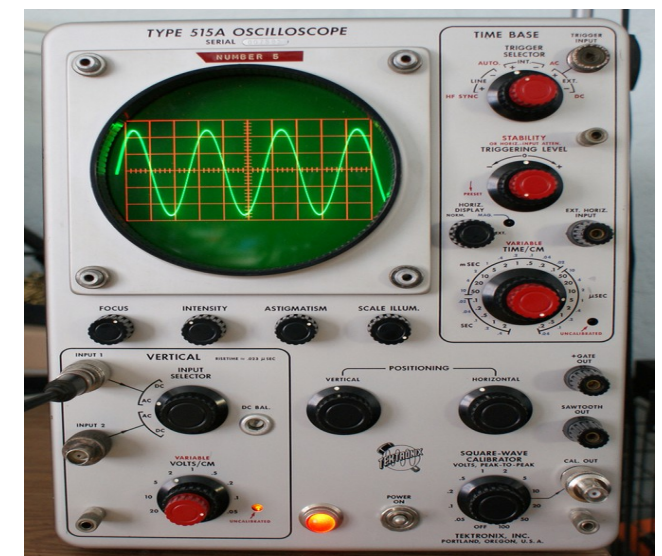
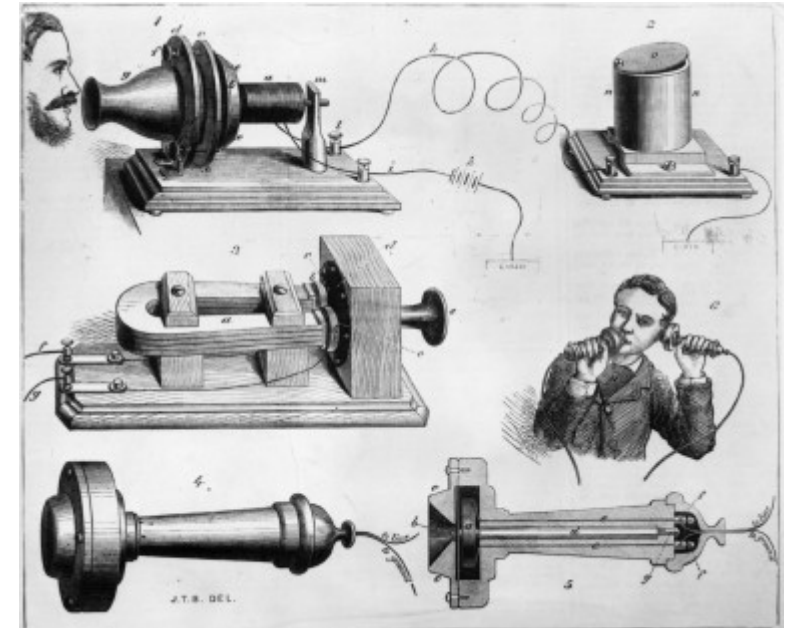
18. marca 2019

# Plan na dziś

- Sygnały analogowe i cyfrowe
- Konwersja analogowo-cyfrowa, próbkowanie, rozdzielczość
- Porównywanie sygnałów, normalizacja
- Sploty sygnałów, filtry
- Wygładzanie sygnałów
- Szeregi Fourier'a, szybka transformata Fourier'a (FFT)
- Filtry górno-, dolno-przepustowe,

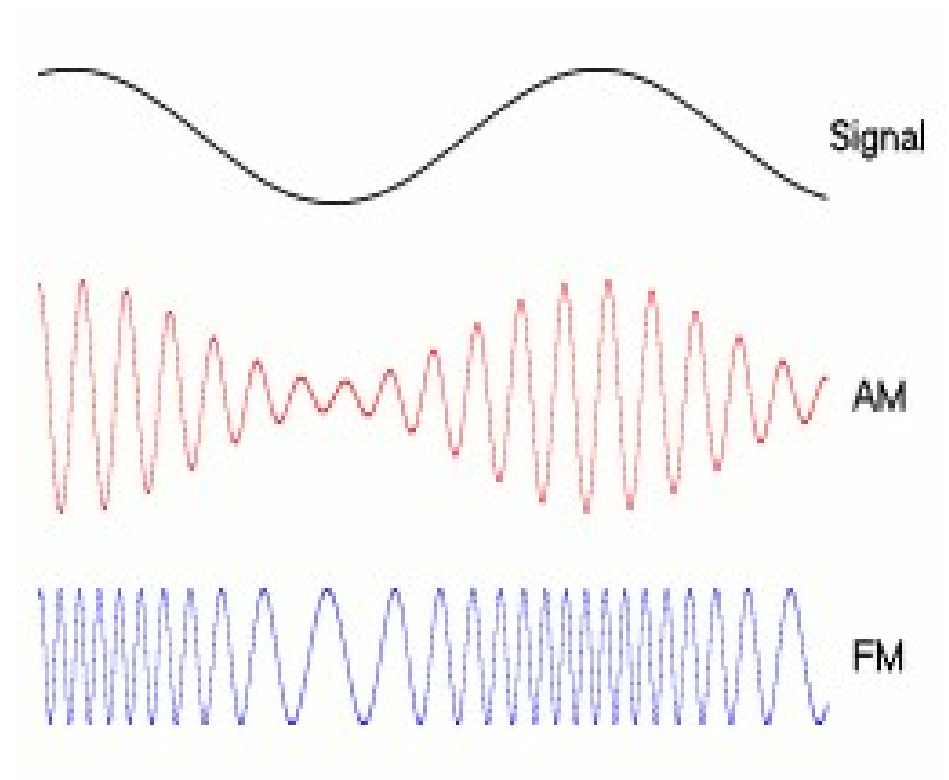
# Przetwarzanie sygnałów analogowych

- Bogate doświadczenia w budowie obwodów przetwarzających sygnały od czasów wynalazku telefonu przez Bella w 1876
- Przetwarzanie sygnałów radiowych, telewizyjnych, efekty gitarowe, syntezy analogowe, komunikacja wojskowa, itp.



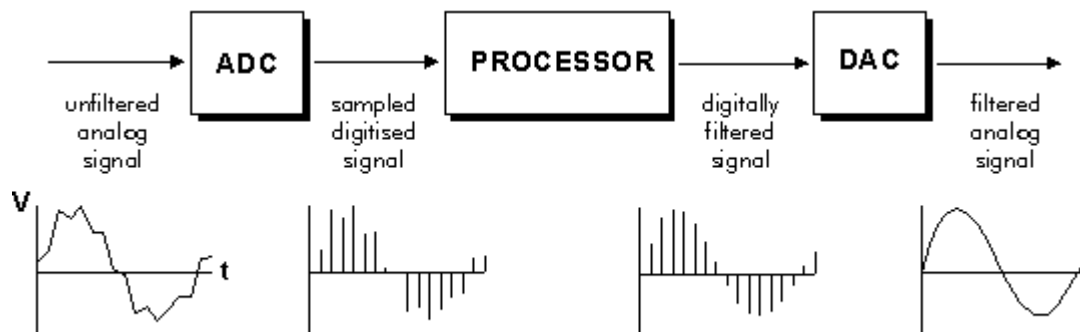
# Modulacja AM/FM

- Dobrym przykładem jest modulacja amplitudowa (AM) lub częstotliwościowa (FM) stosowana do przesyłania wielu stacji radiowych jednocześnie



# Cyfrowe przetwarzanie sygnałów (digital signal processing, DSP)

- Komunikacja wojskowa bardzo szybko przyjęła formę cyfrowych komunikatów
- Przy sygnale cyfrowym, nie interesuje nas forma sygnału, ale treść komunikatu
- Sygnał analogowy można zamienić na cyfrowy poprzez próbkowanie

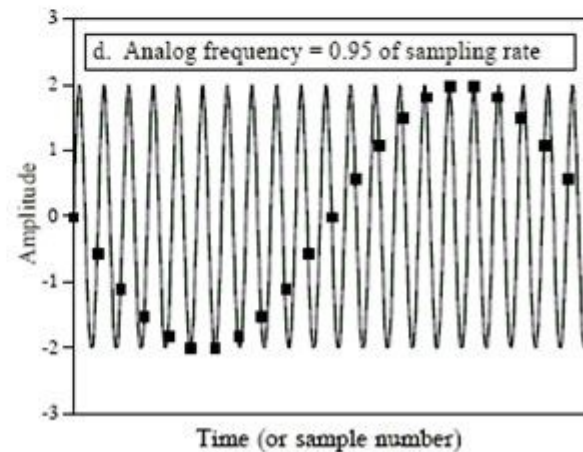
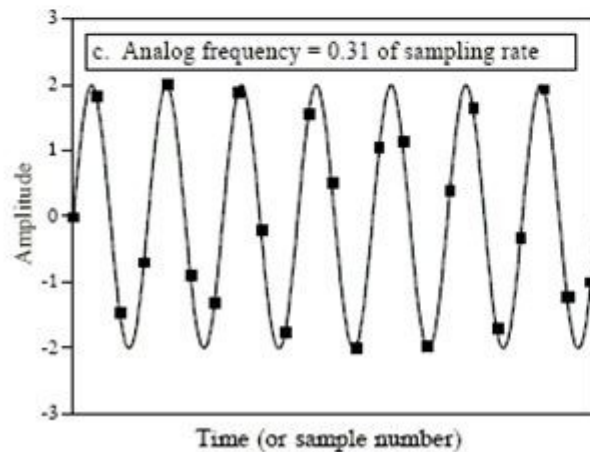
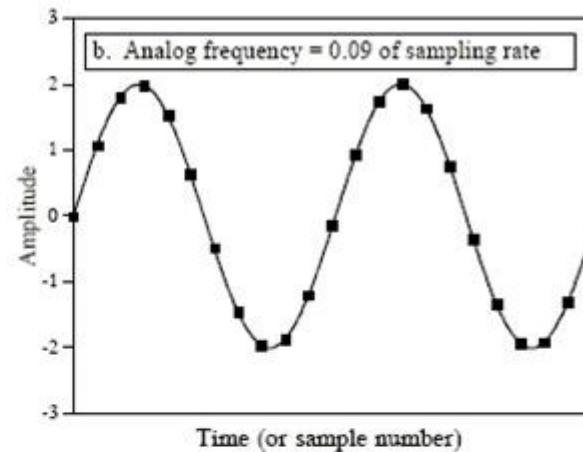
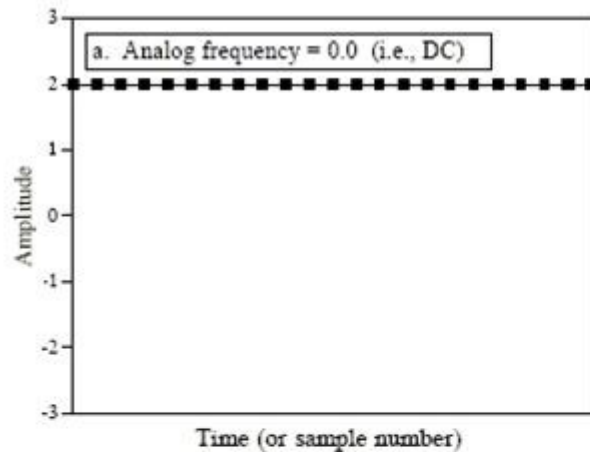


# Przykłady zastosowań DSP

- Przetwarzanie dźwięku – muzyka, telefonia,
- Przetwarzanie obrazów – USG, kamery cyfrowe, obrazy mikroskopowe,
- Dane sygnałów 3D – geologia, pogoda, EEG, MRI, fMRI
- Przetwarzanie ruchomych obrazów – filmy, komunikacja online, systemy CCTV, wykrywanie obiektów na obrazach (foto radary, monitorowanie lotnisk itp)
- Kompresja sygnałów (MP3, AVI, ZIP, etc...)

# Próbkowanie

- Podczas przetwarzania analogowo-cyfrowego, musimy wybrać częstotliwość próbkowania:



# Artefakty próbkowania - antyaliasing



- Często nawet sygnał, który jest już cyfrowy, musimy próbkować na nowo, np. Żeby go wyświetlić, lub odtworzyć w inny sposób
- Często prowadzi to do problemów takich jak np. Prażki Moiré



Anti-Aliasing = Off



Anti-Aliasing = 5 samples

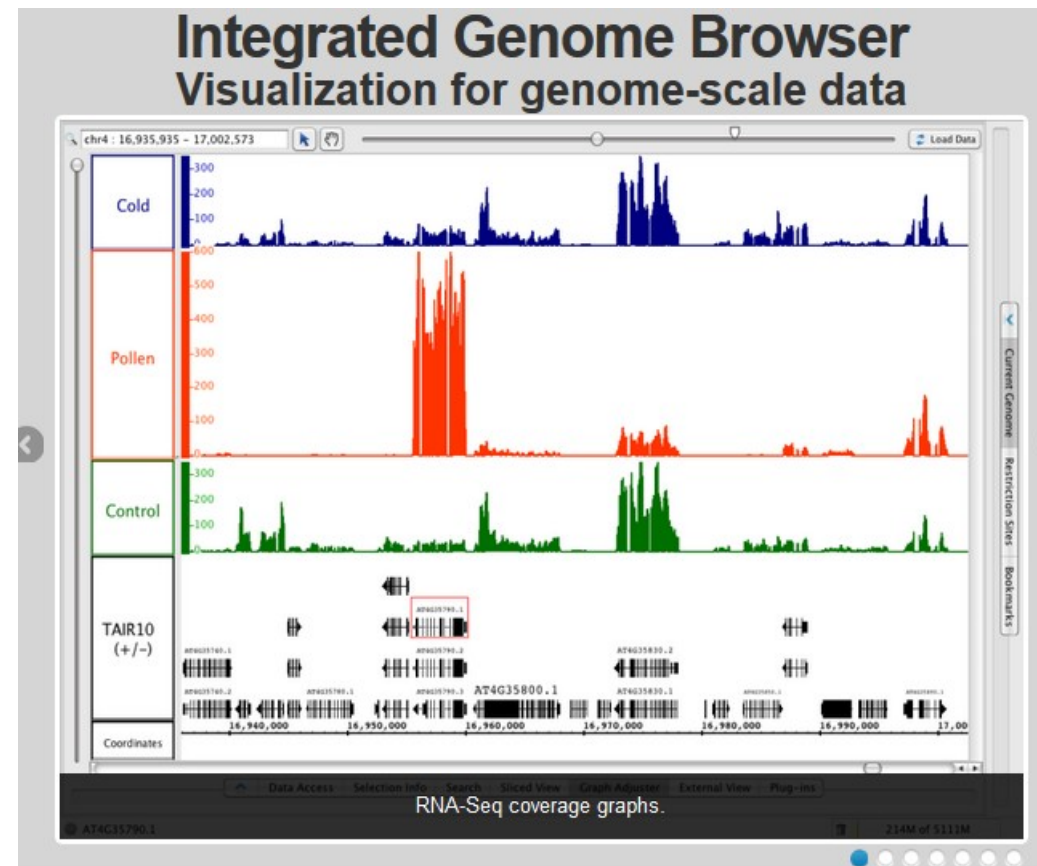
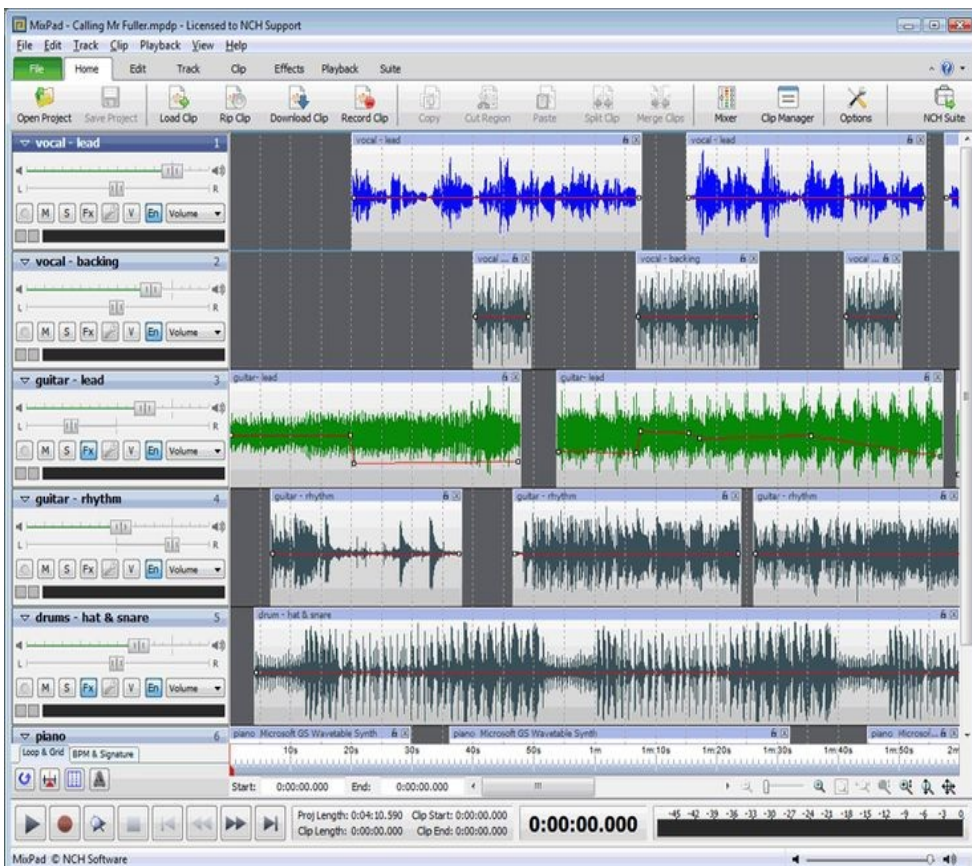


Anti-Aliasing = 25 samples



# Sygnały w bioinformatyce

- Porównanie wielościeżkowej edycji dźwięku z przeglądarką sygnału mRNA-Seq wzdłuż genomu



# Sygnały - definicja

- Z naszego punktu widzenia, sygnał analogowy to po prostu funkcja  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , przy czym gdy  $n=1$ , mamy sygnał liniowy (radio, dźwięk itp), gdy  $n=2$  mamy sygnał dwu-wymiarowy (np. Obrazy)
- Tego typu sygnały zwykle rozważamy na całej osi  $\mathbb{R}$
- Sygnał cyfrowy to po prostu lista wartości próbek sygnału w skończonej liczbie punktów, najczęściej równo odległych, w przypadku 1 wymiarowym daje nam to wektor, w przypadku 2 wymiarowym: macierz, w przypadku 3-wymiarowym, macierz 3-wymiarową

# Porównywanie sygnałów

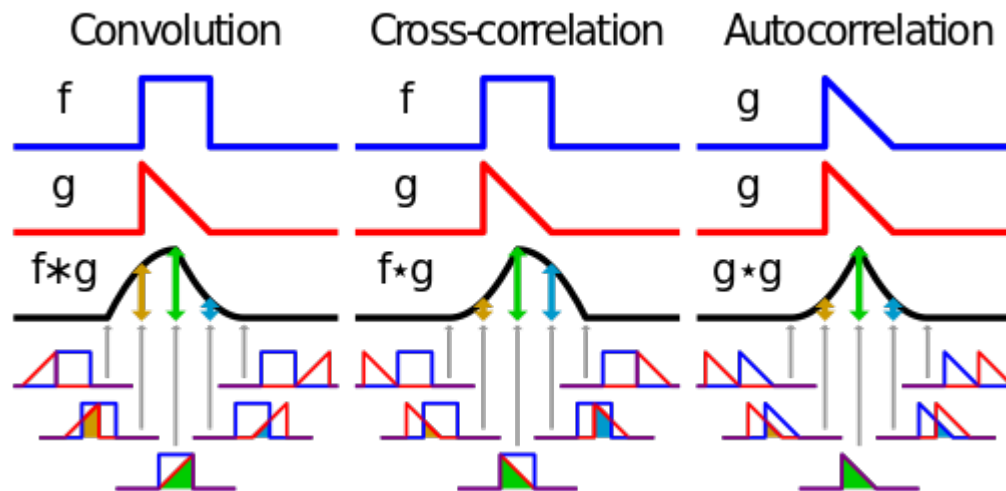
- Często aby porównać sygnał, potrzebujemy sprowadzić je do podobnej amplitudy
- Gdy mówimy o sygnale cyfrowym, często stosuje się normalizację obszaru pod wykresem, czyli dzielimy sygnał przez sumę wartości  $f(x_i)/\sum f(x_j)$
- Ta transformacja nie przenosi dobrze zmienności sygnału, zwłaszcza gdy sygnał zawiera też wartości ujemne
- Naprawia to tzw. Transformacja normalna, albo inaczej z-score:  $[f(x_i)-\mu]/\sigma$ , gdzie  $\mu$  to średnia wartość  $f(x_i)$ , a  $\sigma$  to odchylenie standardowe
- Sygnał przetworzony w ten sposób, ma zawsze średnią 0 i wariancję 1

# Sploty sygnałów

- Weźmy taką operację na dwóch sygnałach:

$$\int f(u) \cdot g(x - u) du$$

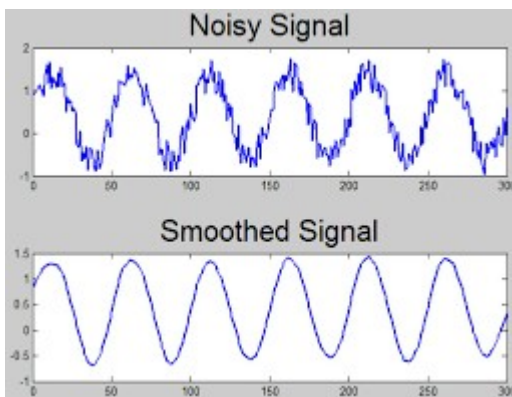
- Jest to splot sygnałów  $f$  z  $g$



- Najczęściej stosuje się sploty z sygnałami o niewielkim nośniku, zwane filtrami

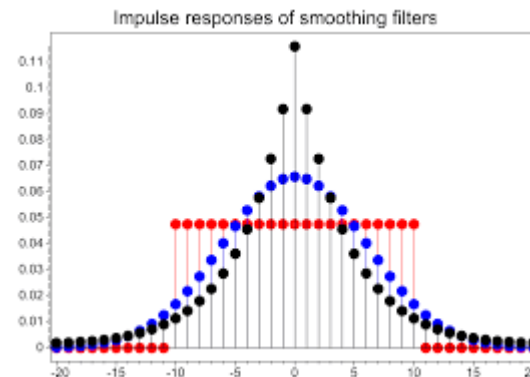
# Wygładzanie sygnału

- Podobnie jak w zagadnieniu aproksymacji funkcji, często chcielibyśmy uzyskać sygnał pozbawiony losowych składowych o dużej częstotliwości, czyli szumu
- Spotykamy taki problem np. W notowaniach giełdowych, gdzie standardowo stosuje się tzw. Średnią kroczącą  $\text{sum}(f[i-k:i+k]) / (2*k)$

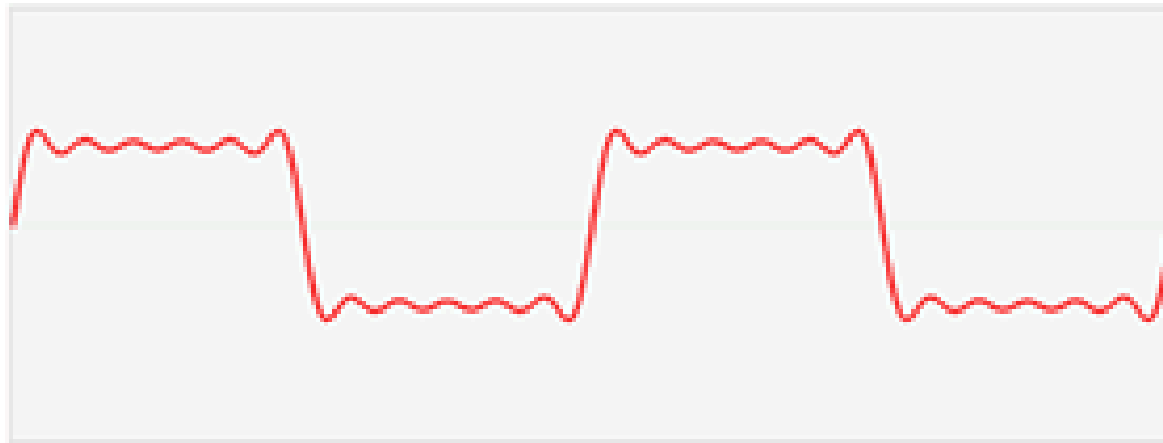


# Średnia krocząca, a filtry

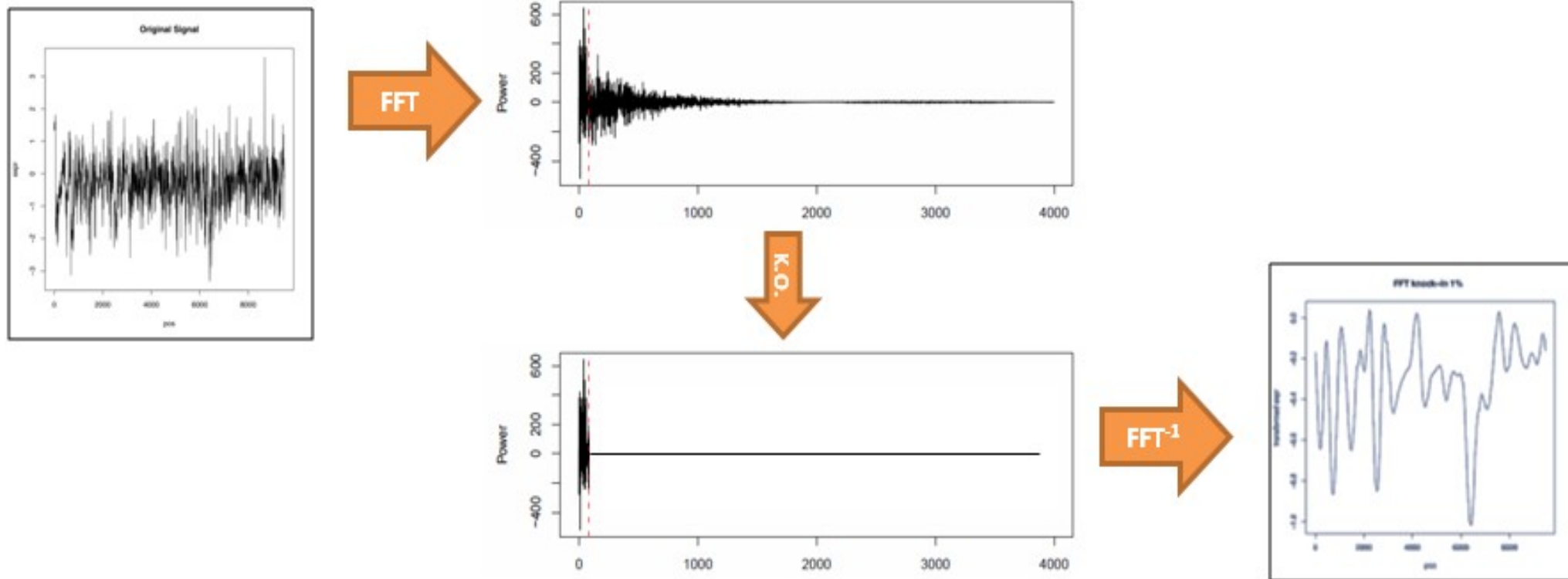
- Zaleta średniej kroczącej względem aproksymacji najmniejszych kwadratów jest taka, że jest to operacja lokalna, nie wymagająca wszystkich wartości funkcji
- Można ten pomysł uogólnić, stosując różnego rodzaju filtry: kwadratowy, trójkątny lub Gaussowski, co odpowiada różnym kroczącym średnim ważonym



# Transformata Fourier'a



# Użycie szybkiej transformaty Fourier'a do wygładzania sygnału



- Przekształcamy sygnał na widmo częstotliwości
- “Ucinamy” wyższe częstotliwości
- Stosujemy odwrotną transformatę



# Zastosowanie FFT do pozycjonowania nukleosomów

