

Imię, Nazwisko i numer indeksu:

Kolokwium Obliczeń Naukowych

15. maja 2017 roku

Czas rozwiązywania: 60 minut

*W każdym spośród 15 zadań podane są trzy warianty: (a), (b) oraz (c). W kratce przy każdym z wariantów należy odpowiedzieć, czy jest on prawdziwy, wpisując drukowanymi literami **TAK** albo **NIE**. W przypadku omyłkowego wpisu kratkę należy przekreślić i napisać jedno z tych słów po jej lewej stronie.*

Przykład poprawnego rozwiązania zadania

4. Każda liczba całkowita postaci $10^n - 1$, gdzie n jest całkowite i dodatnie,

TAK (a) dzieli się przez 9;

NIE (b) jest pierwsza;

TAK (c) jest nieparzysta.

*Na stronach testu można pisać wyłącznie we wskazanych wyżej miejscach i jedynie słowa **TAK** oraz **NIE**. Pisać należy długopisem lub piórem.*

Powodzenia!

Zadania do rozwiązania:

1. Zakładając, że mówimy o arytmetyce komputerowej realizowanej w sposób podobny do standardu IEEE-754, możemy powiedzieć, że:

(a) Liczba bitów mantysy odpowiada za liczbę reprezentowanych cyfr znaczących

(b) Liczba bitów cechy odpowiada za liczbę reprezentowanych cyfr znaczących

(c) Liczby reprezentowane dokładnie przy zadanej liczbie bitów mają tę samą liczbę niezerowych cyfr znaczących

2. Jeśli chodzi o epsilon maszynowy obliczany w okolicy 1.0, to:

- (a) Maleje on, gdy zwiększa się liczba bitów mantysy
- (b) Maleje on, gdy zwiększa się liczba bitów cechy
- (c) Dla zadanej reprezentacji bitowej double w IEEE-754, jest większy niż w zerze.

3. Przy numerycznym rozwiązywaniu równań liniowych przy pomocy eliminacji Gaussa:

- (a) Zastosowanie „wyboru elementu głównego” może mieć wpływ na wartość uzyskanego wyniku
- (b) Rozkład macierzy LU wymaga dwukrotnie więcej czasu, bo z jednej macierzy A o wymiarach $N \times N$, otrzymujemy dwie macierze L i U o tych samych wymiarach
- (c) Uzupełnienie Schura pozwala szybko znaleźć podmacierz A po usunięciu wiersza i kolumny głównej

4. W problemie najmniejszych kwadratów dla nadokreślonych układów równań:

- (a) Mamy do czynienia z macierzami prostokątnymi o większej liczbie kolumn niż wierszy
- (b) Szukamy takich wartości wektora b_i , dla których suma kwadratów różnic od dokładnego rozwiązania \hat{b}_i jest najmniejsza.
- (c) Bardzo łatwo możemy zastosować numeryczną metodę rozwiązywania takich równań do aproksymacji funkcji przy pomocy wielomianów stopnia N

5. Gdy używamy rozkładu QR do rozwiązywania problemu najmniejszych kwadratów:

- (a) Macierz R otrzymujemy z wielokrotnie wyliczanych przekształceń Householdera
- (b) Macierz R może mieć pewne kolumny całkowicie zerowe
- (c) Macierz Q ma postać trójkątną górną

6. Rozważmy przestrzeń liniową wielomianów stopnia $\leq n$:

- (a) Ustalenie wartości funkcji w n punktach wyznacza taki wielomian jednoznacznie
- (b) Baza Lagrange'a daje reprezentacje wielomianów, które są numerycznie niepraktyczne
- (c) Wykorzystanie bazy potęgowej może pozwolić znaleźć dokładną interpolację wielomianową dla niektórych danych

7. Gdy mówimy o funkcjach sklepanych rzędu $r \geq 0$

- (a) Zawsze mamy na myśli funkcje wszędzie różniczkowalne
- (b) Zmiany wartości w jednym węźle interpolacji wpływają tylko na kształt funkcji w ograniczonej liczbie segmentów
- (c) Są złożone z wielomianów stopnia $r + 2$

8. W problemie numerycznego wyliczania wartości własnych i wektorów własnych macierzy:

- (a) Korzystanie z wielomianu charakterystycznego jest numerycznie nieefektywne dla dużych macierzy
- (b) Najmniejszą wartość własną można obliczyć metodą potęgową
- (c) Metoda odwrotna potęgowa pozwala szukać wartości własnych w pobliżu parametru δ

9. Gdy stosujemy metodę potęgową do numerycznego wyznaczania wartości własnych macierzy

- (a) Wykorzystujemy odwracanie macierzy
- (b) Aby znaleźć wiele wartości własnych, wykorzystujemy różne macierze
- (c) Nazwa metody pochodzi od kolejnych potęg macierzy

10. Podczas konwersji sygnału analogowego na cyfrowy:

- (a) Wzory interferencyjne (Moire) powstają tylko, gdy próbkowanie ma za małą rozdzielczość
- (b) Częstotliwość próbkowania wpływa na zużycie pamięci
- (c) Częstotliwość próbkowania powinna być dobrana do częstotliwości zmian sygnału analogowego

11. Filtry, w przypadku cyfrowej analizy sygnałów, mają następujące własności

- (a) Im mniejszy nośnik filtra, tym szybciej możemy go wyliczyć
- (b) Filtry dwuwymiarowe można reprezentować jako macierze
- (c) Dowolny dwuwymiarowy filtr liniowy możemy zastąpić dwoma filtrami jednowymiarowymi

12. Kiedy stosujemy szybką transformatę Fouriera w przetwarzaniu cyfrowych sygnałów:

- (a) Transformata odwrotna (z widma częstotliwości do funkcji) jest tak samo przydatna jak FFT (z funkcji do widma częstotliwości).
- (b) Możemy ją stosować tylko do sygnałów, które pochodzą z przetworzenia na cyfrowy sygnał analogowej funkcji na przedziale
- (c) Możemy łatwo skonstruować cyfrowe filtry górno- i dolno-przepustowe.

13. Przy obróbce cyfrowej obrazów, możemy reprezentować kolory na różne sposoby:

- (a) Przy reprezentacji paletowej, możemy stracić część informacji o kolorze a nie zyskać na rozmiarze pliku, zwłaszcza, gdy plik jest mały
- (b) Skala RGB reprezentuje dokładnie te same kolory co CMYk, ale ta druga jest wygodniejsza dla druku
- (c) Obrazy w skali szarości zawsze zajmują mniej bitów niż te same obrazy w RGB

14. Rozważmy obrazy reprezentowane w komputerze w skali RGB.

- (a) Każdy piksel zawsze jest reprezentowany przez 24 bity (po 8 na kanały RGB)
- (b) Mnożąc liczbę bitów reprezentacji piksela przez liczbę pikseli otrzymujemy rozmiar pamięci, który powinien wystarczyć do obróbki tego obrazu
- (c) W praktyce stosuje się zwiększanie rozdzielczości bitowej podczas operacji na obrazach dla zmniejszenia błędów numerycznych.

15. Przy analizie obrazów, rozróżniamy przekształcenia oparte na histogramie wartości. Możemy o nich powiedzieć, że:

- (a) Pozwalają na zwiększenie postrzeganego kontrastu obrazu
- (b) Wykonane dla obrazu kolorowego (RGB) i skali szarości dadzą zawsze ten sam wynik
- (c) Są szczególnie przydatne dla obrazów z paletową reprezentacją kolorów