

Imię, Nazwisko i numer indeksu: .....

## Egzamin poprawkowy Z Obliczeń Naukowych

2. września 2016 roku

*Czas rozwiązywania: 60 minut*

*W każdym spośród 20 zadań podane są trzy warianty: (a), (b) oraz (c). W kratce przy każdym z wariantów należy odpowiedzieć, czy jest on prawdziwy, wpisując drukowanymi literami TAK albo NIE. W przypadku omyłkowego wpisu kratkę należy przekreślić i napisać jedno z tych słów po jej lewej stronie.*

### Przykład poprawnego rozwiązania zadania

4. Każda liczba całkowita postaci  $10^n - 1$ , gdzie  $n$  jest całkowite i dodatnie,

TAK (a) dzieli się przez 9;

NIE (b) jest pierwsza;

TAK (c) jest nieparzysta.

*Na stronach testu można pisać wyłącznie we wskazanych wyżej miejscach i jedynie słowa TAK oraz NIE. Pisać należy długopisem lub piórem.*

*Powodzenia!*

### Zadania do rozwiązania:

1. Zakładając, że mówimy o arytmetyce komputerowej realizowanej w sposób podobny do standardu IEEE-754, możemy powiedzieć, że:

(a) Zwiększenie liczby bitów mantysy odpowiada za możliwość przechowywania większych liczb

(b) Liczba bitów cechy odpowiada za liczbę reprezentowanych cyfr znaczących

(c) Liczby reprezentowane dokładnie binarnie nie muszą być wymierne

2. Przy numerycznym rozwiązywaniu równań liniowych przy pomocy eliminacji Gaussa:
- (a) Zastosowanie „wyboru elementu głównego” prowadzi zawsze do dokładniejszego wyniku
  - (b) Rozkład macierzy LU można wykonać w czasie liniowym
  - (c) Macierze L i U są trójkątne
3. Rozważając uwarunkowanie problemów numerycznych na przykładzie układów równań liniowych:
- (a) Macierz Hilberta jest przykładem wyjątkowo źle uwarunkowanego układu równań
  - (b) Współczynnik uwarunkowania  $\text{cond}(A)$  maleje, kiedy proste opisane przez równania o współczynnikach z macierzy A zbliżają się do równoległości
  - (c) Jeśli współczynnik uwarunkowania zadania jest dobry, to możemy uzyskać rozwiązanie z małym błędem względnym
4. W problemie najmniejszych kwadratów dla nadokreślonych układów równań:
- (a) Mamy do czynienia z macierzami prostokątnymi o mniejszej liczbie kolumn niż wierszy
  - (b) Szukamy takich wartości wektora  $x_i$ , dla których suma kwadratów różnic od dokładnego rozwiązania  $\hat{b}_i$  jest najmniejsza.
  - (c) Jednym z typowych zastosowań jest aproksymacja funkcji
5. Gdy używamy rozkładu QR do rozwiązywania problemu najmniejszych kwadratów:
- (a) Macierz Q otrzymujemy z wielokrotnie wyliczanych przekształceń Householdera
  - (b) Macierz R Zwykle ma pewne wiersze całkowicie zerowe
  - (c) Macierz R ma (uogólnioną) postać trójkątną dolną
6. Rozważmy przestrzeń liniową wielomianów stopnia  $\leq n$ :
- (a) Ustalenie wartości funkcji w  $n + 1$  punktach wyznacza taki wielomian jednoznacznie
  - (b) Baza Lagrange'a daje reprezentacje wielomianów optymalne dla numerycznej interpolacji
  - (c) Wykorzystanie bazy Newtona daje stabilniejsze numeryczne rozwiązania
7. Gdy mówimy o funkcjach sklepanych rzędu  $r \geq 0$
- (a) Zawsze mamy na myśli funkcje ciągłe
  - (b) Są one różniczkowalne  $r$ -krotnie w na całej prostej rzeczywistej
  - (c) Są złożone z wielomianów stopnia  $2r$

8. W problemie numerycznego wyliczania wartości własnych i wektorów własnych macierzy:

- (a) Możemy szybko wyznaczyć wartości własne korzystając z wielomianu charakterystycznego nawet dla dużych macierzy
- (b) Największą wartość własną można obliczyć metodą potęgową
- (c) Poszukiwanie bliskich zeru wartości własnych jest numerycznie trudniejsze niż innych

9. Gdy stosujemy metodę potęgową do numerycznego wyznaczania wartości własnych macierzy

- (a) Kolejne wartości własne możemy łatwo uzyskać stosując inne wektory początkowe
- (b) Odwrotna metoda potęgowa służy do szukania odwrotności wartości własnych
- (c) Nazwa metody pochodzi od kolejnych potęg wektora własnego

10. Przy obróbce cyfrowej obrazów, możemy reprezentować kolory na różne sposoby:

- (a) Przy reprezentacji paletowej, każdy piksel zajmuje dokładnie tyle samo bitów
- (b) Skala CMYk jest lepsza dla monitorów, a RGB dla druku
- (c) Obrazy w skali szarości zwykle zajmują mniej miejsca przy tej samej rozdzielczości niż kolorowe

11. Rozważmy obrazy reprezentowane w komputerze w skali RGB.

- (a) Najczęściej liczba bitów na każdy z kanałów RGB jest taka sama
- (b) Przekształcenia histogramu muszą zawsze działać tak samo na każdym z kanałów
- (c) Możemy wykonywać operacje niezależnie na każdym z kanałów RGB

12. Przy analizie obrazów, często stosujemy filtry. Możemy o nich powiedzieć, że:

- (a) Specyficzne filtry mogą wykryć krawędzie
- (b) Każdy filtr można reprezentować przy pomocy macierzy
- (c) Filtr Gaussowski pozwala na wyostrenie krawędzi

13. Kiedy rozwiązujemy numerycznie całki oznaczone przy pomocy kwadratur, to:

- (a) Dokładność rozwiązania dla metody trapezów jest zwykle lepsza niż dla metody prostokątów
- (b) Metoda trapezów ma dokładność taką jak interpolacja splajnami stopnia 1
- (c) Dla zadanej funkcji i węzłów, metoda prostokątów może dać różne wyniki